Comme l'apparition de la force dirigée vers le centre du piston se fera en premier lieu là où p_0 est le plus petit, et comme ce p_0 minimum pour notre balance manométrique est précisément la pression atmosphérique, c'est-à-dire une constante, la force centrale sera indépendante de la pression exercée sous le piston. En conséquence la vitesse de rotation dite *critique* définie comme étant la vitesse limite en dessous de laquelle les frottements solides apparaissent, ne sera pas fonction de la pression [1].

Résumons brièvement les différents stades du mouvement :

1° Comme inévitablement des forces perturbatrices sont présentes, il faut s'attendre à ce qu'au repos, le piston de la balance soit en contact direct avec la paroi inférieure du cylindre;

2° Dès que le piston est animé d'un mouvement de rotation *lent* son centre décrira une circonférence, le piston étant toujours en contact direct avec le cylindre et les frottements étant du type « solide »;

3° Aussitôt que la vitesse de rotation U a atteint la *valeur critique*, une pression négative suffisante prend naissance pour que la force centrale correspondante soit supérieure à la force perturbatrice. Le contact direct entre piston et cylindre est rompu, de l'huile pénètre entre les deux et l'on passe au régime de frottements liquides purs, et pour une vitesse de rotation constante le piston tournera dans son cylindre avec une excentricité constante.

Au début du présent raisonnement nous avons admis certaines conditions simplificatrices qui ne sont pas toujours réalisées en pratique.

α. Le piston et le cylindre ne sont jamais parfaitement cylindriques, donc la distance minimum entre les deux parois change constamment et le mouvement ne sera pas aussi régulier que la théorie le fait prévoir.

Il se pourrait aussi qu'accidentellement des aspérités proéminentes des parois entrent en contact et qu'à vitesse relativement élevée les frottements solides persistent. Si on laisse s'arrêter le piston sous le seul effet des frottements, le moment où les frottements solides réapparaissent ne sera pas toujours le même.

β. Il n'est pas possible de réaliser une position parfaitement verticale du piston; une faible force G sera toujours présente.

d. *Détermination de la vitesse critique.* — MICHELS (22) a indiqué une méthode de mesure de la vitesse critique basée sur le fait que le piston, tournant à une vitesse constante supérieure à la vitesse critique, subit de la part de l'huile un couple de frottement qui est proportionnel à la vitesse angulaire ω. Ce fait expérimental s'interprète facilement si l'on admet que les parois du piston et du cylindre sont assimilables à deux parois planes distantes de $r_2 - r_1$, r_2 et r_1 étant respectivement les rayons du cylindre et du piston. Si la paroi mobile du piston se déplace avec une vitesse v_1 le feuillet d'huile à la surface du piston aura également une vitesse v_1 tandis qu'à la surface du cylindre immobile, la vitesse de l'huile est nulle.

[1] Tout au moins en valeur absolue; la vitesse critique dépendant de la viscosité de l'huile, qui varie avec la pression, dépendra quand même finalement de la pression.

On montre facilement que la variation de la vitesse de l'huile v entre ces deux points est donnée par une expression linéaire :

$$v = -v_1 \frac{r - r_2}{n_2 - n_1}$$

et egalement

$$\frac{dv}{dr} = -\frac{v_1}{r_2 - r_1}.$$

D'autre part la force de frottement visqueux qu'exerce un liquide de viscosité η sur une surface s en mouvement est donnée par

$$f = \eta s \frac{dv}{dr} = 2\pi r \mathrm{L} \eta \frac{dv}{dr}. \tag{8}$$

En remplaçant $\frac{dv}{dr}$ par sa valeur et en introduisant la vitesse $\omega = \frac{v}{r_1}$ on obtient

$$f = -\omega s \eta \frac{r_1}{r_2 - r_1}$$

et pour le moment correspondant T :

$$\mathrm{T} = -\omega s \eta \frac{r_1^2}{r_2 - r_1}.$$

Le moment de frottement est proportionnel à la vitesse angulaire. En réalité l'expression qui lie le frottement à la vitesse angulaire est plus complexe du fait que les parois du piston et du cylindre ne sont pas rigoureusement parallèles, que la viscosité dépend de la pression et par conséquent de la hauteur du cylindre. Toutefois on peut toujours écrire avec une bonne approximation que

$$\mathrm{T} = a\omega \tag{9}$$

expression dans laquelle a est une constante.

D'autre part on peut exprimer le moment de frottement sous la forme :

$$\mathrm{T} = \mathrm{I}\frac{dw}{dt}. \tag{10}$$

A partir de (9) et (10) on obtient l'équation

$$a\omega = -\mathrm{I}\frac{d\omega}{dt}. \tag{11}$$

Une première intégration fournit

$$\omega = \omega_1 e^{-\frac{a}{\mathrm{I}}(t - t_1)}$$

où ω_1 est la vitesse initiale au temps initial t_1.

Comme $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ on obtient par une nouvelle intégration

$$\theta = \frac{\omega_1 \mathrm{I}}{a}\left(1 - e^{-\frac{a}{\mathrm{I}}(t - t_1)}\right) + \theta_1, \tag{12}$$